

GRIPS Discussion Paper 12-03

契約理論分析における数値計算アプローチ：  
モラル・ハザードの場合

橋本 日出男  
濱田 弘潤  
細江 宣裕

June 2012



**GRIPS**

NATIONAL GRADUATE INSTITUTE  
FOR POLICY STUDIES

National Graduate Institute for Policy Studies  
7-22-1 Roppongi, Minato-ku,  
Tokyo, Japan 106-8677

H. Hashimoto, K. Hamada, & N. Hosoe

## 契約理論分析における数値計算アプローチ：モラル・ハザードの場合

2012年6月1日

橋本日出男<sup>a</sup>, 濱田弘潤<sup>b</sup>, 細江宣裕<sup>c</sup>

### 要約

本稿は、アドバース・セレクションの問題に対して数値計算によるモデル化手法を適用する方法について論じた橋本ほか(2011)に続くもので、伊藤(2003, 第4章)の「投資家と起業家の間の契約」について数値モデルを構築することにより、モラル・ハザードに関するモデルの特性の理解を深めようとするものである。そのために、起業家がリスク回避的な場合とリスク中立的な場合の2経営行動・2成果モデル、および、リスク回避的な場合の3経営行動・3成果モデルを作る。前者では、モラル・ハザード問題の数値計算手法を詳しく示してある。合わせて、ファースト・ベスト解とセカンド・ベスト解を比較することで、理論分析の結果を数値例によって再吟味する。後者では、理論分析においてしばしば用いられる単純化の仮定が成り立たない場合を考え、それらの仮定の意義について検討する。

### キーワード:

モラル・ハザード; 数値計算モデル; リスク回避的; リスク中立的; 尤度比の単調性; 分布関数の凸性

---

<sup>a</sup> 大阪大学名誉教授

<sup>b</sup> 新潟大学経済学部准教授

<sup>c</sup> 政策研究大学院大学准教授. 連絡先: 106-8677 東京都港区六本木 7-22-1 政策研究大学院大学, E-mail: nhosoe@grips.ac.jp

H. Hashimoto, K. Hamada, & N. Hosoe

## 1. モラル・ハザード：投資家・起業家の契約問題

### 1.1 モラル・ハザードの問題

本稿はモラル・ハザードの問題を扱うものであり、伊藤(2003)の第 4.2 節の、「投資家と起業家の間の契約問題」の「基本問題」に対応する。<sup>1</sup> そこで構築されたモデルでは、投資家(プリンシパル)が自分の資金を運用する起業家(エージェント)に対して、投資利益の分配スケジュールを契約として提示する。起業家は、すでに事業のアイデアをもっており、投資家からの出資を受けて事業を行う。事業の成否(成功または失敗など)は、起業家の経営行動(消極的行動あるいは積極的行動など)―これは努力水準と呼んでもよい―によって、確率的に決定されるとする。ここでいう契約とは、投資家が起業家に対して、事業の成否に応じて支払う金額をスケジュールとしてあらかじめ決めるものである。

投資家がこの契約内容を考えるときに重要な点は、一旦契約が結ばれた後は、起業家がどのような経営行動を取るかが、投資家に観察できない(非対称情報)ところにある。ただしその場合も、事業の成否は観察可能で、立証可能であるとする。これに対し、起業家の経営行動が観察可能である対称情報の場合についてもこの場合はとくに非効率性が発生するわけではないから、契約理論分析として特に重要な意味はないが―比較対象として考える。すなわち、それぞれの状況下で、投資家は起業家の行動を予想しつつ投資家自身の期待効用を最大にする(最適)契約を結ぼうとする。非対称情報を前提とした最適契約を「セカンド・ベスト」解とし、対称情報の場合を前提とした最適解を「ファースト・ベスト」解として求めることになる。

このモラル・ハザードの問題は2段階に分けて解いていく。第1段階は、起業家の経営行動  $a_k$  を決めておいて、それに対する最適契約を見つけるものである(これを経営行動  $a_k$  に対する遂行問題と呼ぶ)。第2段階では、第1段階で得られた種々の経営行動  $a_k$  に対する投資家の期待効用の中から、投資家にとって最大の期待効用をもたらす経営行動を選択する。

---

<sup>1</sup> 以下、とくに断らない限り「伊藤」は伊藤(2003)を指し、それに続く章節番号は伊藤(2003)における章節を指すものとする。

H. Hashimoto, K. Hamada, & N. Hosoe

## 1.2 本稿で取り扱うモデル

本稿で取り扱うモデルは、起業家の行動空間および事業の成果の場合の数が有限で、かつ離散的なものである。伊藤(2003)の 4.2.3「行動空間が無限の場合」や 4.2.6「成果が連続変数のケース」は取り扱わない。また、同じく 4.3 の「線形契約」も取り扱わない。

本稿第 2 節のモデルは、経営行動(努力水準)  $y$  が 2 種類(消極的行動 low、積極的行動 high)で、成果  $x$  が 2 種類(失敗 failure、成功 success)である。すなわち、2 経営行動・2 行動モデルである。そして、起業家がリスク回避的であるとする。起業家がリスク回避的であるとは、起業家の効用関数を  $U = u(w) - d(a)$  としたとき、関数  $u(\cdot)$  は厳密に単調増加で、厳密に凹であることを意味する。

第 3 節では、起業家がリスク中立的である場合の 2 経営行動・2 成果モデルを扱う。ここでは、起業家の効用関数  $U = u(w) - d(a)$  において、 $u(\cdot)$  は単調増加の線形関数とする。起業家がリスク中立的である場合には、複数解が存在することと、セカンド・ベストをファースト・ベストの費用で遂行できることを示す。

第 4 節では、経営行動が 3 種類(消極的行動、中位的行動、および、積極的行動)で、成果が 3 種類(失敗、中間、および、成功)である。すなわち、3 経営行動・3 行動モデルである。ただし再び、起業家がリスク回避的であるとする。ここでは、尤度比の単調性と分布関数の凸性、および解の単調性の問題を論じる。

## 1.3 モラル・ハザード・モデルの一般形

モラル・ハザードの基本モデルとして、伊藤 4.2 では以下のような問題( $P$ )を提示している。

$$\max_{w, a} B(a) - \sum_{i=0}^N p_i(a) w_i \quad (1.1)$$

Subject to

$$\sum_{i=0}^N p_i(a) u(w_i) - d(a) \geq \bar{u} \quad (\text{PC})(1.2)$$

H. Hashimoto, K. Hamada, & N. Hosoe

$$\sum_{i=0}^N p_i(a)u(w_i) - d(a) \geq \sum_{i=0}^N p_i(a')u(w_i) - d(a') \quad \forall a' \in A \quad (\text{IC})(1.3)$$

しかし、この問題の示すような形で、支払額  $w$  と経営行動  $a$  を、同時に決定変数としたのでは、モデルは解けない。正しい方法は、伊藤 4.2.1 で説明しているように、第 1 段階として、まず、ある経営行動  $a_k$  をとるものと与えておいたうえで、支払額  $w$  を決定変数として投資家の期待効用最大化問題を解き、そのときの投資家の期待効用値を導き出す。これをすべての経営行動  $a_0, a_1, \dots, a_k$  について網羅的に調べる。第 2 段階では、各行動における投資家の期待効用値を比較して、それが最大になる経営行動  $a^*$  を求める。このように 2 段階に分けて最大化問題を解いていくので、本来ならば、二段階計画法 (bilevel-programming) の手法を用いなければならない。しかし本稿では、経営行動が 2 種類か 3 種類しかないので、得られた投資家の期待効用値を目で比べるだけで最適行動が分かる。したがって二段階計画法を解くための特別のソフトウェアを使うまでもない。

上に述べたことに従い、本稿で扱う第 1 段階のモデルは、経営行動を所与として、投資家の期待効用の最大化を図るものである。従って、上の問題 (P) における  $\max$  の下に決定変数として示されている  $a$  を外したものである。これを問題 (P') とする。念のために書くと次のとおりである。

$$\max_w B(a) - \sum_{i=0}^N p_i(a)w_i$$

Subject to

$$\sum_{i=0}^N p_i(a)u(w_i) - d(a) \geq \bar{u} \quad (\text{PC})(1.2)$$

$$\sum_{i=0}^N p_i(a)u(w_i) - d(a) \geq \sum_{i=0}^N p_i(a')u(w_i) - d(a') \quad \forall a' \in A \quad (\text{IC})(1.3)$$

2 つ示した制約条件については、ファースト・ベスト・モデルにおいては (PC) だけを課し、セカンド・ベ

H. Hashimoto, K. Hamada, & N. Hosoe

スト・モデルにおいては、(PC)と(IC)の両方を課す。<sup>2</sup> また、後段で示される数値計算においては、留保効用  $\bar{u} = 0$  とする。

問題( $P'$ )を解くことにより、目的関数の解の値として投資家の期待効用  $U$  が得られ、モデル中の決定変数の計算は完了する。ただし伊藤において、期待利益  $B(a)$  と期待費用  $C(a)$  が論じられているので、その最大化問題の解に基づいて計算したものを計算結果の末尾に出力させる(詳しくは次節)。投資家の期待利益は、 $B(a) = \sum_i p_i(a) b_i$  であり、投資家の期待費用は、投資家の起業家への支払額  $w_i$  を解いた上で、 $C(a) = \sum_i p_i(a) w_i(a)$  を計算することにより得られる。期待利益と期待費用の差額、すなわち、投資家の期待効用は  $Net(a) = B(a) - C(a)$  である。第 1 段階のモデルの目的関数(数値モデルでは  $U$  としている)は投資家の期待効用であるので、第 1 段階のモデルを解けば、投資家の期待効用  $U$  の値が得られる。もちろん、 $Net(a)$  は  $U$  に等しい。(なお、 $Net(a)$  は、伊藤(2003)では使われておらず、本稿で使われているだけある。)

本稿では一貫して問題( $P'$ )のみについて論じるが、後に見るグラフによる解の説明では、問題( $IP$ )を基礎にした伊藤の解説に本稿もならうので、ここに問題( $IP$ )を提示しておく。

$$\min_w \sum_{i=0}^N p_i(a) w_i$$

Subject to (PC) and (IC)

なお、問題( $IP$ )には、問題( $P'$ )と異なり、投資家の利益  $B(a)$  が含まれていないが、もともと問題( $P'$ )において、 $B(a)$  は支払額  $w$  および起業家の効用  $u$  の解には影響を及ぼさないなので、問題( $IP$ )は問題( $P'$ )と同じ解を得る。ただし、問題( $P'$ )では、投資家の期待効用の値が解として直接得られるので、第 2 段階の問題を解くのに便利である。これに対して、問題( $IP$ )では、投資家の期待効用の値を直接

---

<sup>2</sup> 厳密には、伊藤の問題( $iplk$ )のように、上の目的関数から出資額  $I$  を差し引かなければならないが、解に影響がないので、簡単化のため  $I$  を省略する。

H. Hashimoto, K. Hamada, & N. Hosoe

得ることができない。これが、本稿の数値モデルで、問題( $P'$ )を用いる理由である。

第2段階は、第1段階の問題を解くことにより得られた、与えられた経営行動  $a$  の下における投資家の期待効用  $Net(a)$  を比べることにより、 $Net(a)$  が最大になる経営行動  $a$  を求めようとするものである。

したがって、投資家が起業家に対して望む経営行動を求める第2段階の問題は次の通りである。

$$\max_{a \in A} Net(a) = B(a) - C(a)$$

## 2. 2 経営行動・2 成果モデル: 起業家がリスク回避的な場合

この章では、起業家がリスク回避的な場合の、2 経営行動・2 成果モデルを提示する。ここでのモデルは、消極的行動と積極的行動、さらにそれぞれの場合に対応するファースト・ベストとセカンド・ベストを1つのモデルに含むものである。したがって、1つのプログラムが、4つのモデルを含んでいる。これらを数値計算ソフトウェア GAMS(General Algebraic Modeling System)を用いて解く。ただし、このように1つのプログラムに4つのモデルを含むことは、とくに GAMS モデルに慣れていない者にとっては複雑であるので、最初に積極的行動だけのセカンド・ベスト・モデルを提示し説明する。<sup>3</sup> 本節で論じる起業家がリスク回避的なモデルでは、すべての場合に、起業家の効用  $u$  (これは、コンピュータ・プログラムでは、 $u\_e$  としている)を、 $u = w^{0.5}$  と仮定する。<sup>4</sup> なお、起業家の効用  $u$  は、最大化問題の目的関数である投資家の期待効用  $U$  とは異なるものであることに注意する。

以下、2.1 で積極的行動だけのセカンド・ベスト・モデル、2.2 で起業家がリスク回避的である場合の 2

---

<sup>3</sup> GAMS に関する解説は、まずは先稿(橋本ほか(2011))を参照されたい。それ以上に詳細な点については、細江ほか(2004)や GAMS のマニュアル(Brooke et al.(2012))を参照されたい。なお、ここで構築するコンピュータ・モデルは、すべて Web 経由で入手可能である。同様に、Web 経由で入手可能な GAMS のシステムを用いてこれらを解くことができる。

<sup>4</sup> 厳密には、この特定化を行うと「関数  $u(\cdot)$  に下限がない」という伊藤(2003, 4.1.1)の仮定を満たさなくなるが、本稿で論じるような実用的なパラメータの範囲を考える限りは、この特定化は問題を引き起こさない。

H. Hashimoto, K. Hamada, & N. Hosoe

経営行動・2 成果モデル、そして 2.3 でファースト・ベストとセカンド・ベストの解を比較検討する。

## 2.1 セカンド・ベスト・モデル(積極的行動を前提とした場合)(mh001.gms)

投資家が積極的な経営行動を選択させたいと仮定したときの問題を考える(消極的な場合でも本質的には同様である。)プログラムの説明の前に、仮定された一連のパラメータについて列挙しておく。

・経営行動ごとの事業の成功・失敗の確率  $p_x(y)$

$$\begin{pmatrix} p_{failure}(low) & p_{failure}(high) \\ p_{success}(low) & p_{success}(high) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.9 & 0.2 \\ 0.1 & 0.8 \end{pmatrix}$$

・経営行動ごとの起業家にとっての不効用  $d(y)$

$$\begin{pmatrix} d(low) \\ d(high) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

・事業の収益:<sup>5</sup>  $r(x)$

$$\begin{pmatrix} r_{failure} \\ r_{success} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ 45 \end{pmatrix}$$

プログラムの最初(8 行目)に、成果  $x$  が Set として定義されている。failure が失敗を、success が成功を意味する。経営行動(努力水準) $y$  は 9 行目に表されており、low と high の 2 種類から選択される。この経営行動  $y$  のうち、どちらの経営行動の遂行問題を考えるかを示すものとして、 $y$  の部分集合  $z$  を定義する。<sup>6</sup> この部分集合  $z$  の要素として、high を用いることで高い努力水準(積極的経営行動)を選択した場合のモデルを解くことができ、逆に、low を用いることで低い努力水準(消極的経営行動)を選択した場合にモデルを解くことができる。成果  $x$  が得られる確率  $p(x, y)$  は、経営行動  $y$  の種類に

<sup>5</sup> 伊藤(2003, 4.1.1)では  $\mathbf{r}$  を起業家が投資家に支払う額としているが、本稿では、 $\mathbf{r}$  を事業の収益とする。

<sup>6</sup> プログラム中で用いられている「 $z(y)$ 」のうちの「 $y$ 」の部分が、「その部分集合  $z$  が集合  $y$  に属する集合」であることを示す。



H. Hashimoto, K. Hamada, & N. Hosoe

よって異なる(13–17行目)。たとえば、消極的行動 low を行動を選択した場合に失敗 failure する確率が 0.9 と設定されている。一方、同じ列には、成功 success する確率が 0.1 と設定されている。(これらを足して 1.0 になることは言うまでもない。)19–22 行目は、それぞれの経営行動  $y$  に対応した不効用  $d(y)$  を定義・設定する。ファースト・ベスト均衡では誘因両立性条件が必要なかったため、選択された経営行動についてのみ描写すればよかったが、セカンド・ベスト均衡では、そこで必要となる誘因両立制約の中に、実際には選択しない経営行動についても描写する必要がある。このために、当該行動(この場合は積極的行動)に伴う成果の確率と不効用のほか、それ以外の行動(すなわち消極的行動)の確率と不効用も与える必要がある。24–27 行目は、事業からの利益  $r(x)$  であり、それ自体は成果  $x$  に依存して決まるものであり、経営行動  $y$  には依存しない。

30–35 行目は決定変数  $w(x)$ 、および  $u$  の名称を与え、36–40 行目は目的関数  $obj$ 、参加制約  $pc(z)$ 、および、誘因両立制約  $ic(z, y)$  の名称を定義している。44–47 行目はモデル中の式を示す。このうち特に、セカンド・ベストを特徴付けるものは、46–47 行目の誘因両立制約である。誘因両立制約の左辺は、 $z(=high)$  のみであるので、起業家が積極的行動を取った場合の起業家の効用である。これに対して右辺は、 $y(=high, low)$  であるので、起業家が積極的行動、あるいは消極的行動を取ったとした場合の起業家の効用である。事業の正否は不確実であるから、そのどちらも、事業の成否を決める確率  $p(x, z)$  または  $p(x, y)$  で重みをつけた期待効用が考慮されている。<sup>7</sup> この誘因両立制約によって、積極的行動を取ろうという起業家が、消極的行動を取ってもトクにならないように報酬  $w$  を設定することになる。

<sup>7</sup> 厳密には、このプログラム中では、(high を選択させたいものとして)以下の 2 本の誘因両立制約を課している。

$$\sum_x p_x(high)w_x^{0.5} - d(high) \geq \sum_x p_x(high)w_x^{0.5} - d(high)$$

$$\sum_x p_x(high)w_x^{0.5} - d(high) \geq \sum_x p_x(low)w_x^{0.5} - d(low)$$

が、これらのうちの最初のもは等号で成立することが自明であるので、プログラムと元の問題との間に本質的な違いはない。

H. Hashimoto, K. Hamada, &amp; N. Hosoe

リスト 2.1: モラル・ハザード・モデル(積極的行動を前提とした遂行問題)(mh001.gms)

```

...
7 * Definition of Set
8 Set      x      project outcome /failure, success/
9         y      effort level   /low, high/
10        z(y)    preferred effort level /high/;
11
12 * Definition of Parameters
13 Table p(x,y)  probability of outcome by effort level
14         low   high
15 failure 0.9   0.2
16 success 0.1   0.8
17 ;
18
19 Parameter      d(y)    disutility by efforts
20         /low   1
21         high  2/
22 ;
23
24 Parameter      r(x)    project's interest
25         /failure 13
26         success 45/
27 ;
28
29 * Definition of Primal Variables
30 Positive Variable
31         w(x)    entrep's income
32 ;
33
34 Variable      U      investor's expected utility
35 ;
36 Equation
37         obj     utility function
38         pc(z)   participation constraint
39         ic(z,y) incentive compatibility constraint
40 ;
41
42 * Defining and Solving the Model
43 *more active efforts
44 obj..        U =e= sum((x,z), p(x,z)*(r(x) - w(x)));
45 pc(z)..      sum(x,p(x,z)*sqrt(w(x)))-d(z) =g= 0;
46 ic(z,y)..    sum(x,p(x,z)*sqrt(w(x)))-d(z) =g=
47              sum(x,p(x,y)*sqrt(w(x)))-d(y);
48
49 * Setting Lower Bounds on Variables to Avoid Division by Zero
50 w.lo(x)=0.0001;
51
52 Model MH001 /obj,pc,ic/;

```

H. Hashimoto, K. Hamada, &amp; N. Hosoe

```

53 | Solve MH001 maximizing U using NLP;
54 |
55 | Parameter
56 |     u_e(x)  entrep's utility
57 |     C       investors expected payment
58 |     B       investors expected revenue
59 |     Net     investors expected utility
60 | ;
61 |
62 | u_e(x)  =sqrt(w.l(x));
63 | C       =sum(x,z), p(x,z)*w.l(x));
64 | B       =sum(x,z), p(x,z)*r(x));
65 | Net     =B-C;
66 | Display u_e, C, B, Net;
67 | * End of Model

```

52–53 行目でモデル名と、そのモデルを構成する制約式(目的関数を含む)を定義し、投資家の効用を最大化して問題を解くように指示する。MH001 がこのモデルの名前で、その右の「/.../」の中にモデルの構成要素、すなわち目的関数 obj、参加制約 pc、誘因両立制約 ic が示されている。なお、ファースト・ベスト・モデルは、モデル MH001 から誘因両立制約 ic を外したものである。55–66 行目で、モデルの解に基づいて起業家の効用  $u_e(x)$ 、期待利益 B、期待支払い額 C、および、その差額 Net ( $=B-C$ )を計算し、出力ファイル中でその値を表示(Display)せよと指示する。

モデルの解は出力ファイル(mh001.lst)の中の SOLVE SUMMARY 以降の部分に示されている。まず、リスト 2.2 の 126 行目に、Optimal solution とあるのを確認する。これがない場合には、解としてそこにどのような値が示されていようと正しい解ではない。EQU で始まる行に、制約式のラグランジュ乗数が示されている。EQU pc の MARGINAL の列に参加制約のラグランジュ乗数の解(145 行目)があり、これが 0 でないので、参加制約が等号で成立していることが分かる。同じように、EQU ic の MARGINAL の下の数値(151–152 行目)も「high.low」については 0 でない。これは、誘因両立制約  $\sum_x p_x(\text{high})w_x^{0.5} - d(\text{high}) \geq \sum_x p_x(\text{low})w_x^{0.5} - d(\text{low})$  が等号で成立していることを示している。なお、「high.high」は、左辺と右辺が等しいので、等号で成立していることは自明である。つぎに、投資家の起業家への支払額 w、投資家の期待効用 U の解は、それぞれ VAR w, VAR U の LEVEL の列(それぞれ、158–159, 163 行目)に示されている。

H. Hashimoto, K. Hamada, &amp; N. Hosoe

リスト 2.2: モラル・ハザード・モデル(積極的行動を前提とした遂行問題)の解(抜粋)(mh001.lst)

```

...
99          S O L V E      S U M M A R Y
100
101     MODEL  MH001          OBJECTIVE  U
102     TYPE   NLP           DIRECTION  MAXIMIZE
103     SOLVER CONOPT        FROM LINE  53
104
105 **** SOLVER STATUS      1 Normal Completion
106 **** MODEL STATUS      2 Locally Optimal
107 **** OBJECTIVE VALUE          34.2735
108
109 RESOURCE USAGE, LIMIT          0.046      1000.000
110 ITERATION COUNT, LIMIT        19      2000000000
111 EVALUATION ERRORS              0          0
112 CONOPTD 0.1 Dec 13, 2010 23.6.3 WEX 22848.22869 WEI x86_64/MS Windows
113
114
115     C O N O P T 3   version 3.14V
116     Copyright (C)  ARKI Consulting and Development A/S
117                   Bagsvaerdvej 246 A
118                   DK-2880 Bagsvaerd, Denmark
119
120
121     The model has 3 variables and 4 constraints
122     with 9 Jacobian elements, 6 of which are nonlinear.
123     The Hessian of the Lagrangian has 2 elements on the diagonal,
124     0 elements below the diagonal, and 2 nonlinear variables.
125
126     ** Optimal solution. There are no superbasic variables.
...
135                LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
136
137 ---- EQU obj          38.600      38.600      38.600      1.000
138
139     obj utility function
140
141 ---- EQU pc participation constraint
142
143                LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
144
145 high          2.000      2.000      +INF      -4.000

```

H. Hashimoto, K. Hamada, &amp; N. Hosoe

```

146
147 ---- EQU ic incentive compatibility constraint
148
149           LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
150
151 high.low      1.000      1.000      +INF      -0.653
152 high.high     .          .          +INF      .
153
154 ---- VAR w  entrep's income
155
156           LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
157
158 failure 1.0000E-4    0.735      +INF      .
159 success 1.0000E-4    5.224      +INF      .
160
161           LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
162
163 ---- VAR U           -INF      34.273      +INF      .
164
165 U investor's expected utility
166 ...
167 ---- 66 PARAMETER u_e  entrep's utility
168
169 failure 0.857,   success 2.286
170
171
172 ---- 66 PARAMETER C      =      4.327  investors expected p
173                                     ayment
174           PARAMETER B      =      38.600  investors expected r
175                                     evenue
176           PARAMETER Net      =      34.273  investors expected u
177                                     tility
178
179 ...

```

さらに、これらの解に基づいて計算されたものは、177-187 行目に示されている。

起業家の効用:  $u_e = 0.857$  (失敗の場合)

$= 2.286$  (成功の場合)

期待支払い額:  $C = 4.327$

期待利益:  $B = 38.600$

H. Hashimoto, K. Hamada, & N. Hosoe

$$\text{Net(期待純利益=投資家の期待効用)}= 34.273$$

なお、期待純利益 Net は  $U$  と一致している。

## 2.2 2 経営行動・2 成果モデル(mh002.gms)

これまで 2.1 で提示したモデルを基に、ここでは、2 つの経営行動(努力水準)の両方の場合と、さらに、そのそれぞれの場合に対応するファースト・ベスト解とセカンド・ベスト解(合計 4 種類の解)を一括して解くモデルを構築する。消極的行動と積極的行動の 2 つを 1 つのプログラムで解くことは、投資家が期待効用の大きい方の経営行動を選ぶという第 2 段階の問題を解く上で便利である。

モデルをみていくと、まず、8-10 行目に set で添え字を定義している。ただし、10 行目の  $t$  は、複数(ここでは 2 種類)の努力水準に対応して、それらすべての場合を Loop ルーチン(後述)で解くために、その要素を「/1, 2/」として定義してある。11 行目では、添え字  $y$  の代わりに  $v$  も相互可換な形で用いることができるように添え字の別名(alias)を定義している。

27-28 行目は、一般的に定義された制約式や変数のうちの一部を、ある経営行動  $y$  を考える問題の中でのみ用いる用にするためのダミー変数  $\text{dummy}(y)$  を定義している。(28 行目では、さしあたってこのダミー変数すべてに 0 を与えておくと、後ほど具体的にそれぞれの経営行動  $y$  を選択した場合を考える際に、これに 1 という値を与える。)

本稿 2.1 では、ある 1 つの経営行動  $z$ (にはただ 1 つの要素 high または low のみが含まれる)だけを考えていたが、ここでは、より一般に、複数の経営行動に関する選択肢  $y$ (または  $v$ )を考えることができるモデルを構築し、そこに含まれるそれぞれの経営行動に対応した制約式や変数のうちの必要なものだけを  $\text{dummy}(y)$  変数を用いて有効にし(すなわち、 $\text{dummy}(y)=1$  とする)、ほかのものについては、無効にする( $\text{dummy}(y)=0$ )。そこで、制約式の添え字は、 $z$  の代わりに  $y$ (または  $v$ )を用いて定義する(38-39 行目)。すなわち、それぞれの経営行動  $y$  について、

$$\max U = \sum_{x,y} \text{dummy}_y p_x(y) (r_x - w_x)$$

Subject to

H. Hashimoto, K. Hamada, & N. Hosoe

$$\left[ \sum_x p_x(y) w_x^{0.5} - d(y) \right] dummy(y) \geq 0 \quad \forall y$$

$$\left\{ \left[ \sum_x p_x(v) w_x^{0.5} - d(v) \right] - \left[ \sum_x p_x(y) w_x^{0.5} - d(y) \right] \right\} dummy(v) \geq 0 \quad \forall y$$

という問題を考える。上の問題は、ある経営行動  $y$  について考えたものであるが、経営行動としては複数の選択肢(たとえば、high か low)があるわけだから、それらすべてについて網羅的に考える必要がある。

上のような複数の経営行動を包含した表記ではわかりにくいかもしれないので、一例として、積極的経営行動(high)をとる場合を考える。この時の問題は、 $dummy(high)=1$ ,  $dummy(low)=0$  とすることで、

$$\max U = \sum_x p_x(high) (r_x - w_x)$$

Subject to

$$\left[ \sum_x p_x(high) w_x^{0.5} - d(high) \right] \geq 0$$

$$\left\{ \left[ \sum_x p_x(high) w_x^{0.5} - d(high) \right] - \left[ \sum_x p_x(y) w_x^{0.5} - d(y) \right] \right\} \geq 0 \quad \forall y$$

となり、2.1 で解いた問題と完全に同じものになる。同様に、消極的経営行動(low)を考える場合には、 $dummy(low)=1$ ,  $dummy(high)=0$  とすればよい。プログラムの中では、これら複数の想定される経営行動すべてを網羅的に解くために、Loop ルーチンを用いて、その中でダミー  $dummy(y)$  を用いて必要な制約式を逐次切り替えながら繰り返し問題を解いている(詳しくは後述)。

モデル mh002.gms の中では、ファースト・ベスト均衡とセカンド・ベスト均衡の両方を解くために、それぞれに対応したモデル(名)を定義している。52 行目では、目的関数 obj と参加制約 pc のみを含むモデルを MH001FB と定義し、これを解くことでファースト・ベスト均衡を得るようにしている。同様に、53 行目では、これら 2 つに加えて誘因両立制約 ic を課したモデル MH001SB を解くことでセカンド・ベスト

H. Hashimoto, K. Hamada, & N. Hosoe

均衡を得る。

実際にモデルを解くように命じている部分は、69–86 行目の Loop ルーチンの部分である。「Loop(t, ...);」は、括弧内の「...」に対応する一連のプログラムを、すべての t について繰り返し実行するためのものである。Loop ルーチンの骨格は以下の数行である。

```
Loop(t,
dummy(y)=1$(ord(t) eq ord(y));
...
Solve MH001FB maximizing U using NLP;
...
Solve MH001SB maximizing U using NLP;
);
```

はじめに、t に含まれる要素(=1, 2)の順番(=1, 2)が、y に含まれる要素(low, high)の順番(low は 1 番目、high は 2 番目)と一致する場合には dummy(y) の値を 1 とする(それ以外は 0)。具体的には、繰り返しの 1 回目には dummy("low")=1, dummy("high")=0、2 回目には、dummy("low")=0, dummy("high")=1 となる。これによって、繰り返しの 1 回目には消極的行動を前提とした(制約式のみを有効にした)モデルを解き、2 回目には同様に積極的行動を前提としたものを解くことができる。続く 2 つの Solve 命令は、それぞれファースト・ベスト均衡とセカンド・ベスト均衡を解くものである。

Loop ルーチン内の上記の主要なもの以外は、各繰り返しにおけるそれぞれのモデルの解を用いていくつかの値を計算するものである。具体的には、支払い額  $w_{FB}$ ,  $w_{SB}$ 、起業家の効用  $u_{e_{FB}}$ ,  $u_{e_{SB}}$ 、投資家の費用  $C_{FB}$ ,  $C_{SB}$  と利益  $B_{FB}$ ,  $B_{SB}$ 、および、その差額  $Net_{FB}$ ,  $Net_{SB}$  を計算している。これらは、プログラムの最後の部分で、表計算ソフトウェアで読み取りやすいように CSV 形式で出力される。

4 つあるモデルの解は、出力ファイル中でそれぞれの問題の SOLVE SUMMARY 以下の部分に示されている。それぞれにおいて、Optimal solution と表示されていることを確認して先に進む。出力ファイル中の解の表示と読み取り方法は、リスト 2.2 のそれと全く同じである(表 2.1)。

表 2.1: 4 つのモデルの解

	$w_x$ : 支払額	$u_x$ : 起業家の効用	$U$ : 投資家の効用	$B$ : 投資家の利益	$C$ : 投資家の費用
努力水準:	積極的				



H. Hashimoto, K. Hamada, &amp; N. Hosoe

ファースト・ベスト解			34.60	38.60	4.00
失敗	4.00	2.00			
成功	4.00	2.00			
セカンド・ベスト解			34.27	38.60	4.33
失敗	0.74	0.86			
成功	5.22	2.29			
努力水準: 消極的					
ファースト・ベスト解			15.20	16.20	1.00
失敗	1.00	1.00			
成功	1.00	1.00			
セカンド・ベスト解			15.20	16.20	1.00
失敗	1.00	1.00			
成功	1.00	1.00			

### 2.3 ファースト・ベスト解とセカンド・ベスト解の検証

表 2.1 を見ればわかるように、わざわざ大きな努力を投じなくてもすむ消極的経営行動を選択させたい場合には、ファースト・ベストでも、セカンド・ベストでも、「定額払い契約」(すなわち、 $w_{success} = w_{failure}$ )を用意しておけば十分である。(この場合には、そもそもモラル・ハザードの問題は発生しない。)しかし、積極的経営行動を選択させたい場合は、ファースト・ベストであれば同様の「定額払い契約」を用意するだけで十分であるが、セカンド・ベストでは  $w_{success} > w_{\bullet} > w_{failure}$  (ただし、 $w_{\bullet}$  はファースト・ベストの「定額払い」額)となる。すなわち、セカンド・ベストの起業家の所得  $w_x$  は、ファースト・ベストの時に比べ、成功の場合に大きく、失敗の場合に小さくなる。これは、リスク回避的な起業家に、(誘因両立制約を課すことで)あえてリスクの大きい積極的経営行動を選択させるためには、成功時の報酬を  $w_{\bullet}$  よりも引き上げて積極的な経営行動選択を促す一方で、失敗時の報酬を  $w_{\bullet}$  よりも引き下げて消極的な経営行動を取りにくくさせることが必要であるからである。この成功時の報酬の引き上げは、投資家の期待費用  $C$  の(ファースト・ベスト均衡のそれと比べて)増加につながる。

投資家からみれば、積極的経営行動を取らせる場合には、セカンド・ベストの場合とファースト・ベストの場合を比べたとき、期待収入  $B$  は変わらないのに、期待費用  $C$  だけが増えるので、投資家の期待純利益  $Net$  は減少する。(なお、本稿で取り上げる問題では、目的関数の中に投資額  $I$  を入れていないので、期待純利益  $Net$  は、目的関数  $U$  の値に一致する。)

H. Hashimoto, K. Hamada, & N. Hosoe

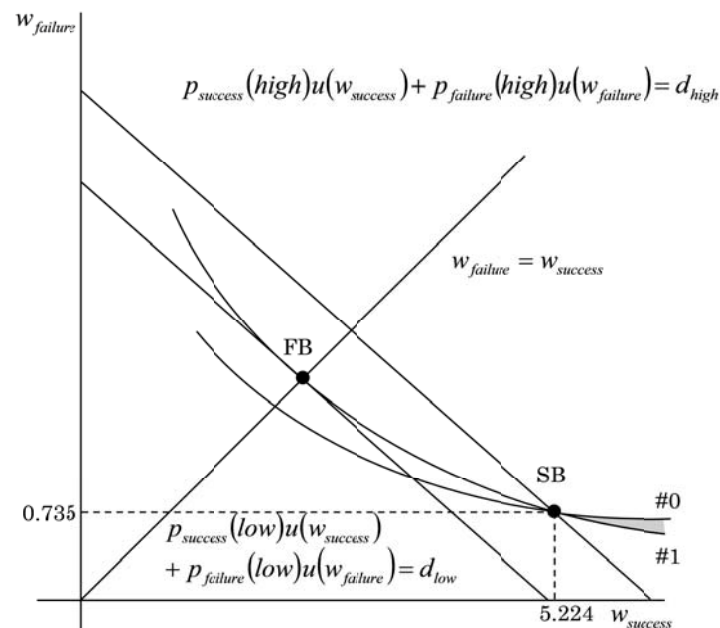
第 2 段階の問題は、積極的経営行動を選択させた場合の投資家の期待効用( $U$  または  $Net$ )と、消極的経営行動を選択させた場合のそれを比べて、どちらの経営行動を選択させるべきかを考えることである。表 2.1 が示す通り、仮定されたパラメータの下では、ファースト・ベストの状況でもセカンド・ベストの状況でも、選択されるべき経営行動は積極的経営行動であることが分かる。なお、ファースト・ベストでもセカンド・ベストでも、積極的経営行動が選ばれるものの、その結果は、しかし、上で述べたように遂行費用が異なる。これは、(リスク回避的であるために消極的行動を取りたがる)起業家のモラル・ハザードを防止するための追加的な費用が生じるためである。この点は、後ほど第 3 節で起業家がリスク中立的な場合を検討することでより明確になる。

## 2.4 グラフによる説明

ファースト・ベスト解とセカンド・ベスト解についてのグラフによる説明は、伊藤の図 4.2 に準拠する(図 2.1)。ただし、このグラフを用いるに当たって注意すべきことがある。数値モデルの目的関数は、事業の利益から起業家への支払額を引いたもの、すなわち投資家の期待効用の最大化問題であったのに対し、伊藤の問題の目的関数は起業家の期待支払額(だけ)の最小化問題である。そこで以下では、伊藤に従い、目的関数は起業家の期待支払額であるとして説明を進める。(これは、1.3 に書いた問題( $IP$ )に他ならない。)

H. Hashimoto, K. Hamada, &amp; N. Hosoe

図 2.1: 積極的行動を取らせるための契約



出典: 伊藤(2003)の図 4.2 を筆者改変

まず、積極的行動の場合は伊藤の図 4.2 をそのまま用いることができる。なお、本稿図 2.1 と図 2.2 では、表 2.1 のセカンド・ベストの数値解を書き加えてある。このグラフでは、起業家がリスク回避的であるとしているので、参加制約の可能域の境界線#1、および誘因両立制約の右辺の値が 0 になる境界線#0 が曲線となっている。<sup>8</sup> これに対して、次節で検討する起業家がリスク中立的な場合には、#1 と#0 はともに直線になっている。

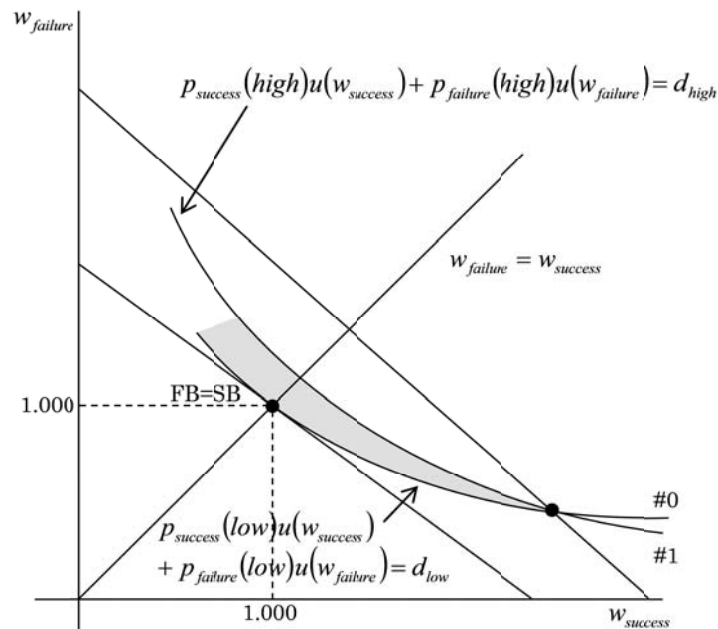
ファースト・ベストの解は、数値モデルでも、 $w_{success} = w_{failure} = 4.000$  であるので、グラフにある通り  $w_{success} = w_{failure}$  であることと一致する。つぎに、セカンド・ベスト解の可能域は、#0 線上とその下部、および、#1 線上とその上部で囲まれた斜線の部分であり、かつ、起業家への期待支払額の無差別直線は原点に向かって減少するので、セカンド・ベストの解は、曲線#1 と曲線#0 の交点 SB である。数値解は  $(w_{success}, w_{failure}) = (5.224, 0.735)$  である。また、セカンド・ベスト解 SB がファースト・ベスト解 FB よりも高位(より大きい支払額)の無差別曲線上にあることが分かる。すなわち、セカンド・ベストでは、ファースト・ベストよりも費用が大きいことを示している。数値モデルでも、ファースト・ベスト解の費用は 4.000、セ

<sup>8</sup> 誘因両立制約の右辺とは、問題(P') の誘因両立制約(IC)(1.3)の右辺を指す。以下、同じ。

H. Hashimoto, K. Hamada, & N. Hosoe

カンド・ベスト解の費用は 4.327 である。

図 2.2: 消極的行動を取らせるための契約



出典: 伊藤(2003)の図 4.2 を筆者改変

次に、消極的行動の場合を図 2.2 に示す。消極的行動の場合、起業家への期待支払額の無差別曲線は積極的行動の場合より緩やかになる。つぎに、参加制約の可能域の境界線を#0 は、積極的行動の場合の誘因両立制約の右辺の値が 0 になる境界線#0 に等しい。参加制約の可能域の境界線#0 は  $w_{success} = w_{failure}$  において、起業家への期待支払額の無差別直線に接し、この接点がファースト・ベスト解であることは、積極的行動の場合と変わらない。一方、誘因両立制約の右辺が 0 になる境界線#1 は、積極的行動の場合の参加制約の可能域の境界線#1 に等しい。したがって、消極行動のときの参加制約の可能域の境界線#0 は、積極的行動のときの参加制約の可能域の境界線#1 よりも緩やかである。つぎに、誘因両立制約を入れたときの、セカンド・ベスト解の可能域は、#0 線上とその上部、および、#1 線上とその下部で囲まれた部分(斜線部分)である。ファースト・ベスト解はこの可能領域にあるので、ファースト・ベスト解が同時にセカンド・ベスト解であることを妨げない。したがって、セカンド・ベストをファースト・ベスト費用(数値モデルでは、 $w_{success} = w_{failure} = 1.000$ )で遂行できる。

H. Hashimoto, K. Hamada, & N. Hosoe

### 3. 2 経営行動・2 成果モデル: 起業家がリスク中立的な場合

#### 3.1 モデルの設定

本節は、起業家がリスク中立的である場合の検証である。第 2 章のモデルでは、起業家はリスク回避的であるとし、起業家の効用関数  $U = u(w) - d(a)$  における関数  $u(\cdot)$  を厳密な凹関数、具体的には、 $u = w^{0.5}$  としていたが、ここでは  $u(\cdot)$  は線形、具体的には  $u = w$  とする。モデルとしては、第 2 章の 2 経営行動 2 成果モデルを使い、(リスト 2.1 の 45–47 行目に表れる) 起業家の効用関数のうち  $u(\cdot)$  に関する部分だけを差し替えればよい。起業家がリスク中立的である場合の注意点は、第 1 に  $w$  (したがって、 $u$ ) が一意に決まらないことである。すなわち、複数解が存在することである。第 2 に、ファースト・ベストの行動が  $a_1$  のとき、セカンド・ベストにおいても、 $a_1$  をファースト・ベスト費用で遂行できることである。

#### 3.2 起業家がリスク中立的な場合のモデル(mh003.gms)

起業家がリスク中立的な場合に消極的経営行動を取らせるモデルの解は、事業が失敗した場合の起業家への支払額が 1.11 で、成功した場合のそれが 0.00 となっており、一見したところ、投資家が企業家の失敗を望むようであり不合理に見える(表 3.1)。しかしながら、ここで考察しているような「消極的行動を取らせる」という選択自体が、努力して、より高い確率で事業に成功しなくてもよい、というシグナルを与えることに他ならないから、この最適契約はその意味で合理的なものである。実際、解は確かに与えられた制約の下で投資家の効用を最大化している。こうした奇妙な解が得られる理由は、この問題が複数解を持つことに帰せられる。

表 3.1: 起業家がリスク中立的な場合のモデルの解(その 1)

	$w_x$ : 支払額	$u_x$ : 起業家の効用	$U$ : 投資家の効用	$B$ : 投資家の利益	$C$ : 投資家の費用
努力水準: 積極的					
ファースト・ベスト解			36.60	38.60	2.00
失敗	10.00	10.00			
成功	0.00	0.00			

H. Hashimoto, K. Hamada, &amp; N. Hosoe

セカンド・ベスト解			36.60	38.60	2.00
失敗	0.86	0.86			
成功	2.29	2.29			
努力水準: 消極的					
ファースト・ベスト解			15.20	16.20	1.00
失敗	1.11	1.11			
成功	0.00	0.00			
セカンド・ベスト解			15.20	16.20	1.00
失敗	1.11	1.11			
成功	0.00	0.00			

### 3.3 複数均衡解のうちの異なる解を得る(mh003b.gms)

上のリスク中立的な場合のモデル(mh003.gms)は複数均衡を持つことがわかっているから、表 3.1 に示された値以外にも、同じ目的関数の最適値を与える異なる解が存在するはずである。そこで、前節で用いたモデルとまったく同じものを、しかし、異なる数値計算の初期値を用いて解くことで、これを求めてみる。そのために、Solve 命令の直前の行に、

$$w.1(x)=0;$$

という行を挿入する。これによって、 $w_x$  の初期値を 0 として計算をすることができる。解が一意であればどのような初期値を与えても同じ均衡解を得るはずであるが、ここでは、表 3.1 に示したのとは異なる解を得る(表 3.2)。

表 3.2: 起業家がリスク中立的な場合のモデルの解(その 2)– $w_x$  の初期値を 0 とした場合

	$w_x$ : 支払額	$u_x$ : 起業家の効用	$U$ : 投資家の効用	$B$ : 投資家の利益	$C$ : 投資家の費用
努力水準: 積極的					
ファースト・ベスト解			36.60	38.60	2.00
失敗	0.00	0.00			
成功	2.50	2.50			
セカンド・ベスト解			36.60	38.60	2.00
失敗	0.00	0.00			
成功	2.50	2.50			
努力水準: 消極的					
ファースト・ベスト解			15.20	16.20	1.00

H. Hashimoto, K. Hamada, &amp; N. Hosoe

失敗	1.11	1.11			
成功	0.00	0.00			
セカンド・ベスト解			15.20	16.20	1.00
失敗	1.11	1.11			
成功	0.00	0.00			

目的関数である投資家の期待効用  $U$  は表 3.1 に示した値と等しいので、このモデルの解も最適解であることにかわりない。0 以外のまた異なった初期値を与えて計算すれば、また異なった最適解を得る。

たとえば、 $w_x$  の初期値を 1 とした場合には、表 3.3 のような計算結果を得る。ここでも、 $U$  の値は同じである。これらのことは複数解の存在を示すものである。

表 3.3: 起業家がリスク中立的な場合のモデルの解(その 3) –  $w_x$  の初期値を 1 とした場合

	$w_x$ : 支払額	$u_x$ : 起業家の効用	$U$ : 投資家の効用	$B$ : 投資家の利益	$C$ : 投資家の費用
努力水準: 積極的					
ファースト・ベスト解			36.60	38.60	2.00
失敗	6.00	6.00			
成功	1.00	1.00			
セカンド・ベスト解			36.60	38.60	2.00
失敗	0.86	0.86			
成功	2.29	2.29			
努力水準: 消極的					
ファースト・ベスト解			15.20	16.20	1.00
失敗	1.00	1.00			
成功	1.00	1.00			
セカンド・ベスト解			15.20	16.20	1.00
失敗	1.00	1.00			
成功	1.00	1.00			

表 3.1–3.3 のうちのどの計算結果を利用しても良いが、消極的経営行動を取らせる場合と積極的経営行動を取らせる場合のいずれの場合においても、ファースト・ベストの遂行費用(すなわち、投資家の費用  $C$ )とセカンド・ベストのそれが常に等しいことが分かる。これは、起業家がリスク中立的であるために、積極的経営行動を取らせるために特別なリスク・プレミアムを要求することがないからである。この数値モデルの場合には、投資家の期待効用  $U$  を比べると、ファースト・ベストにおいてもセカンド・ベストにおいても、積極的行動が選ばれることが分かる。

H. Hashimoto, K. Hamada, & N. Hosoe

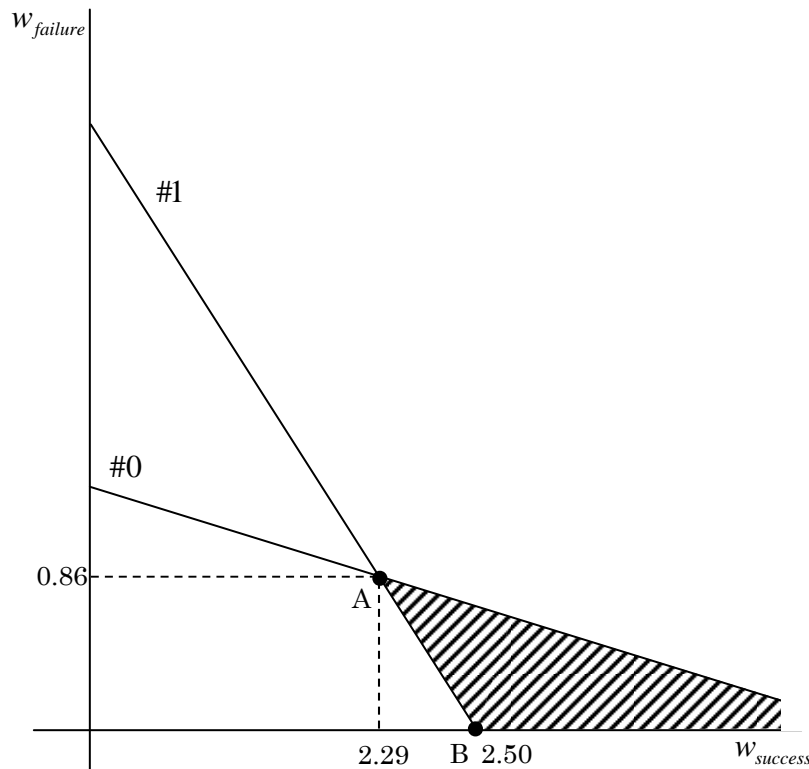
### 3.4 グラフによる説明

前節同様、伊藤の図 4.2 の枠組みをリスク中立的な起業家の効用関数の場合に当てはめて図示する。ただし、前節では起業家がリスク回避的であったので、#1, #0 ともに曲線であったのに対し、本節では起業家がリスク中立的であるので、参加制約の可能域の境界線(積極的行動のときは#1、消極のときは#0)は、起業家への期待支払額と平行になる。したがって、誘因両立制約がない限り(すなわち、ファースト・ベストの場合)、起業家への支払額が最小になる解は、参加制約直線上の(非負の領域における)任意の点にある。

つぎに、積極的行動について(図 3.1)、誘因両立制約の右边が 0 になる境界線#0 を導入する。#1 と #0 の交点 A は  $(w_{success}, w_{failure})=(2.29, 0.86)$  である。セカンド・ベスト解の可能域は、誘因両立制約の右边が 0 になる境界線#0 の線上およびその下部であり、かつ、解は参加制約線#1 上になければならないので、解は、交点 A より右下の、参加制約直線の線分 AB 上にある。

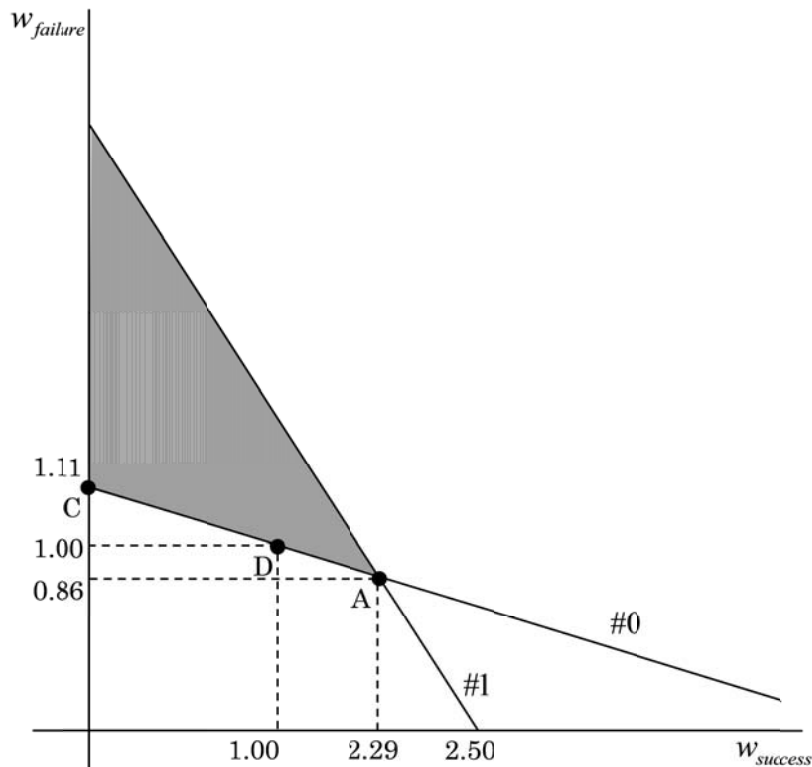


H. Hashimoto, K. Hamada, &amp; N. Hosoe

図 3.1: 積極的経営行動  $a_1$  の遂行A: 表 3.3 のセカンド・ベスト解( $w_x$ の初期値を1とした場合)B: 表 3.2 のセカンド・ベスト解( $w_x$ の初期値を0とした場合)

数値モデルの解をみると、積極的行動を取らせるセカンド・ベスト解は、 $w_x$ に関する数値計算上の初期値を1に設定した場合の解(点 A)は、 $(w_{success}, w_{failure})=(2.29, 0.86)$ になっている(表 3.3)。(この解は、たまたま#1と#0の交点 A と一致している。)まったく同じ問題を、ただ  $w_x$ に関する数値計算上の初期値を0に変更して解いた場合には、解(点 B)は $(w_{success}, w_{failure})=(2.50, 0.00)$ となる(表 3.2)。この場合も目的関数  $U$  の解は 36.60 であり、数値計算上の初期値を設定しない場合と変わらないので、複数均衡が存在することを示している。

H. Hashimoto, K. Hamada, &amp; N. Hosoe

図 3.2: 消極的経営行動  $a_0$  の遂行C: 表 3.2 のセカンド・ベスト解 ( $w_x$  の初期値を 0 とした場合)D: 表 3.3 のセカンド・ベスト解 ( $w_x$  の初期値を 1 とした場合)

つぎに、消極的行動についてみる(図 3.2)。起業家への期待支払額の無差別曲線は、積極的行動の場合より緩やかになる。さらに、消極的行動の参加制約直線#0 は、積極的行動の場合の誘因両立制約の右辺の値が 0 になる境界線#0 であるので、これも積極的行動の場合の参加制約直線より緩やかになる。つぎに、消極的行動における誘因両立制約の右辺の値が 0 になる境界線は#1 である。このように、積極的行動の場合と比べ、参加制約直線と誘因両立制約の右辺の値が 0 になる境界線が入れ替わっただけであるので、点 A は変わらない。しかし、解の可能域は変わる。すなわち、消極的行動の場合の解は、参加制約直線上にあることは変わらないものの、誘因両立制約の右辺の値が 0 になる境界線に関しては、その線か、下部が可能域になる。したがって、解は交点より左側の参加制約直線の線分上にある。ファースト・ベスト解が、参加制約直線上の交点より左側にあるかぎり、セカンド・ベスト解の目的関数の値が、ファースト・ベスト解のそれに等しいことがあり得る。(実際、表 3.1–3.3 において、セカンド・ベスト解が、ファースト・ベスト解に等しくなっている。)

H. Hashimoto, K. Hamada, & N. Hosoe

数値モデルをみると、 $w_x$ の初期値を0とした場合のセカンド・ベスト解(点C)は、 $(w_{success}, w_{failure})=(0.00, 1.11)$ である(表3.1, 3.2)。これは、参加制約直線#0が縦軸を切る点である。次に、 $w_x$ の初期値を1とすると、解(点D)は $(w_{success}, w_{failure})=(1.00, 1.00)$ になる(表3.2)。どちらの場合も、目的関数の値 $U$ は15.2と変わらないので、ここでも複数解の存在を示している。

## 4. 3 経営行動・3 成果モデル: 起業家がリスク回避的な場合

### 4.1 3 経営行動と3 成果

ここでは、起業家がリスク回避的な場合に返り、伊藤 4.2.2 にしたがって、積極・消極の2種類の行動を考える今までのモデル(mh002.gms)を拡張して、積極的(high)、中位的(middle)、消極的(low)の3種類の行動を考えるモデルを作る。<sup>9</sup> 同時に、成果も今までの、成功・失敗の2種類から、成功(success)、中間(moderate)、失敗(failure)の3種類にする。伊藤 4.2.2 では一般的な形として、行動空間Aは $K+1$ 個の要素を持つとし、それぞれの行動を $k$ で表している。この数値問題では、 $K=2$ として、3種類の経営行動を選択させる。経営行動の数と成果の数が増えたものの、モデルの構造は、2 経営行動・2 成果モデルと変わらない。ただ、Setにおける成果 $x$ が2個から3個に増え、経営行動 $y$ も3個から2個に増え、それに伴い、成果と経営行動を結びつける確率、経営行動ごとの不効用と、成果ごとのプロジェクトの利益を表す変数の数が増えるだけである。問題を、これまでのモデルと同様に一連のLoopの中で解く。<sup>10</sup>

<sup>9</sup> ここで、中位的行動というのは、単に積極的行動と消極的行動の間にある行動という意味であって、medianの意味はない。

<sup>10</sup> 出力ファイル(mh002.lst)には、最初に、消極的経営行動を選択させるファースト・ベスト解とそれに続いてセカンド・ベスト解が示され、次に、中位的経営行動を選択させるファースト・ベスト解とセカンド・ベスト解、最後に、積極的経営行動を選択させるファースト・ベスト解とセカンド・ベスト解が示される。

H. Hashimoto, K. Hamada, & N. Hosoe

## 4.2 最適分配スケジュールの単調性

3 経営行動・3 成果になって問題になるのが、最適分配スケジュール  $w_i$  の単調性である。すなわち、成果が高くなればなるほど、起業家(エージェント)が投資家(プリンシパル)から受け取る金額  $w_i$  が増えるかどうかという問題である。成功したときの方が失敗したときよりも受け取る金額が少なければ、起業家は満足しないのが現実的な想定であろう。この問題を検討するために、伊藤は次の 2 つの仮定をおいている。

第 1 の仮定は、「尤度比の単調性(monotone likelihood ratio condition, MLRC)」である。数学的には、 $k > l$  であれば、尤度比  $p_i(a_k)/p_i(a_l)$  が達成させるべき成果  $i$  の増加関数であるというものである。つまり、高い成果が得られたとしたら、より積極的行動を取った確率が大きいということである。<sup>11</sup>

第 2 の仮定は、「分布関数の凸性(convexity of distribution function condition, CDFC)」である。これは、ある  $\eta \in [0,1]$  が存在して、ある努力水準  $a_k$  がその他の努力水準  $a_l$ ,  $a_m$  の間にある ( $a_k = \eta a_l + (1-\eta)a_m$ ) ならば、任意の成果  $j=0, \dots, N$  に対して、 $F_j(a_k) \leq \eta F_j(a_l) + (1-\eta)F_j(a_m)$  が成立するというものである。ここで、 $F_j(a)$  は、 $F_j(a) = \sum_{i=0}^j p_i(a)$  である確率分布関数である。

これら 2 つの仮定を課した上で、次の命題を提示している。

### 命題 4.6

- (a) MLRC が成立するならば、 $a_k$  を遂行する最適契約は成果の増加関数となる。
- (b) MLRC および CDFC が成立するならば、任意の  $k = 1, \dots, K-1$  について、 $a_k$  を遂行する最適契約は成果の増加関数になる。

---

<sup>11</sup> もちろん、現実には様々な状況が考えられる。たとえば、積極的な行動で高い利益を得ようとしても、同僚・同業者との間で軋轢が生じるがために、積極的でない行動を取った場合の方が、かえって成功確率が高くなるかも知れない。尤度比の単調性は、こうした一種例外的な状況を排除して、よくありそうな状況に分析を集中させる役目を持っている。

H. Hashimoto, K. Hamada, & N. Hosoe

本節で構築する3経営行動・3成果モデル( $K = 2$ )を、この命題に照らして考えると、本稿の数値モデルで考える3つの経営行動のうち、積極的行動 $a_2$ が(a)に関連し、中位的行動 $a_1$ が(b)に関連する。これら2つの仮定の役割を検討するために、これらの仮定うち的一方ないし両方を外した以下の3つのモデルを作る。

モデル A: MLRC と CDFC の両方が成立するモデル

モデル B: MLRC は成立するが、CDFC は成立しないモデル

モデル C: MLRC が成立しないモデル(ただし、CDFC が成立するか否かは問わない)

これらのモデルの解を以下で検討する。

### 4.3 3経営行動・3成果モデル A (mh004a.gms)

#### 4.3.1 モデルの仮定

成果の確率、経営行動ごとの不効用、および事業の収益を、以下のように仮定する。

・経営行動ごとの事業の成功・中間・失敗の確率  $p_x(y)$

$$\begin{pmatrix} p_{failure}(low) & p_{failure}(middle) & p_{failure}(high) \\ p_{moderate}(low) & p_{moderate}(middle) & p_{moderate}(high) \\ p_{success}(low) & p_{success}(middle) & p_{success}(high) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.600 & 0.350 & 0.050 \\ 0.300 & 0.250 & 0.100 \\ 0.100 & 0.400 & 0.850 \end{pmatrix}$$

・経営行動ごとの起業家にとっての不効用  $d(y)$

$$\begin{pmatrix} d(low) \\ d(middle) \\ d(high) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.0 \\ 2.2 \\ 3.0 \end{pmatrix}$$

・事業の収益:  $r(x)$

$$\begin{pmatrix} r_{failure} \\ r_{moderate} \\ r_{success} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ 29 \\ 45 \end{pmatrix}$$

とする。これらの仮定によって尤度比は、

H. Hashimoto, K. Hamada, & N. Hosoe

$$\begin{pmatrix} \frac{p_{failure}(middle)}{p_{failure}(low)} & \frac{p_{failure}(high)}{p_{failure}(middle)} \\ \frac{p_{moderate}(middle)}{p_{moderate}(low)} & \frac{p_{moderate}(high)}{p_{moderate}(middle)} \\ \frac{p_{success}(high)}{p_{success}(middle)} & \frac{p_{success}(high)}{p_{success}(middle)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.583 & 0.143 \\ 0.833 & 0.400 \\ 4.000 & 2.125 \end{pmatrix}$$

となり、成果が改善するほど(行列では下の行へ移るほど)尤度比が上昇するから MLRC を満足することが確認できる。また、

$$\begin{pmatrix} F_{failure}(middle) - [\eta F_{failure}(low) + (1-\eta)F_{failure}(high)] \\ F_{moderate}(middle) - [\eta F_{moderate}(low) + (1-\eta)F_{moderate}(high)] \\ F_{success}(middle) - [\eta F_{success}(low) + (1-\eta)F_{success}(high)] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.14 \\ -0.15 \\ 0.00 \end{pmatrix}$$

と、いずれについても非正であるから、CDFC も満足することが確認できる。

#### 4.3.2 プログラムの内容

前回用いたプログラム(mh002.gms)をほとんどそのまま使うことができる。ただし、上で示したように、経営行動と成果がそれぞれ 3 種類に拡張されており、それらに対応したパラメータ設定を行う必要がある。リスト 4.1 の 8 行目でプロジェクトの成果として、「中間」moderate を新しく記入し、9 行目で新しい経営行動(努力水準)「中位的」middle を記入する。選択させることができる経営行動が 3 種類になったことから、繰り返してモデルを解くために用いる添え字 t についても、「1, 2, 3」の 3 つを定義する。

リスト 4.1: 3 経営行動・3 成果モデル A の入力ファイル(抜粋) (mh004a.gms)

...				
7	*	Definition of Set		
8	Set	x	project outcome	/failure, moderate, success/
9		y	effort level	/low, middle, high/
10		t	loop index	/1,2,3/;
11	Alias	(y,v);		
12	*	Definition of Parameters		
13	Table	p(x,y)	probability of outcome by effort level	
14			low	middle high
15	failure		0.6	0.35 0.05
16	moderate		0.3	0.25 0.1
17	success		0.1	0.4 0.85

H. Hashimoto, K. Hamada, &amp; N. Hosoe

```

18 | ;
19 |
20 | Parameter      d(y)    disutility by efforts
21 |     /low      2
22 |     middle   2.2
23 |     high     3/
24 | ;
25 | Parameter      r(x)    project's interest
26 |     /failure  13
27 |     moderate  29
28 |     success   45/
29 | * Definition of Parameters
...

```

#### 4.3.3 モデル A の解の検証: 積極的行動を中心にして

出力ファイル(mh004a.lst)には6つの SOLVE SUMMARY が示されている。そのうち、積極的経営行動  $a_2$  を選択させるセカンド・ベスト解(6番目に示されたもの)に対応したものを見してみる(リスト 4.2)。なお、積極的行動のほか、全ての経営行動のモデルの解が、表 4.1 にまとめられている。

リスト 4.2: 3 経営行動・3 成果モデル A の出力ファイル  
 -積極的経営行動を選択させるセカンド・ベスト解(抜粋) (mh004a.lst)

```

...
686 | ---- EQU pc participation constraint
687 |
688 |         LOWER    LEVEL    UPPER    MARGINAL
689 |
690 | high    3.000    3.000    +INF    -6.000
691 |
692 | ---- EQU ic incentive compatibility constraint
693 |
694 |         LOWER    LEVEL    UPPER    MARGINAL
695 |
696 | high.low    1.000    1.413    +INF    .
697 | high.middle 0.800    0.800    +INF    -0.707
698 | high.high   .         .         +INF    .
699 |
700 | ---- VAR w  entrep's income
701 |
702 |         LOWER    LEVEL    UPPER    MARGINAL
703 |
704 | failure  1.0000E-4    0.773    +INF    .
705 | moderate 1.0000E-4    6.100    +INF    EPS

```

H. Hashimoto, K. Hamada, &amp; N. Hosoe

706	success	1.0000E-4	10.158	+INF	.
707					
708		LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
709					
710	---- VAR U	-INF	32.517	+INF	.
711					
712	U investor's expected utility				
...					

最初に、伊藤(2003)の命題 4.5 について検証する。

#### 命題 4.5

経営行動  $a_k$  が不効用の最も低いもの(本モデルでは  $a_0$ )でなければ、起業家にとって、 $a_k$  と

無差別になる  $a_l$  が存在する

というものである。このことは、モデルの誘因両立制約  $ic(v, y)$  が等号で成立する(すなわち、そのラグランジュ乗数がゼロでない)ものがあるかどうかを見ればわかる。本稿には紙幅の関係上、リスト 4.2 にはすべての解を掲載していないが、そこに示された解(リスト 4.2 の 697 行目)を見ると、積極的行動  $a_2$  をとらせようとする問題において、積極的行動  $a_2$  をとった場合の効用に等しい効用を与える中位的行動  $a_1$  が存在する。このことは中位的行動  $a_1$  をとった場合の効用が積極的行動  $a_2$  をとった場合の効用を上回らない、という誘因両立性条件が等号で成り立っていることによってわかる。同じく、中位的行動  $a_1$  をとらせようとする問題では、中位的行動  $a_1$  をとった場合の効用に等しい効用を与える消極的行動  $a_0$  が存在する。これに対して、不効用の最も低い消極的行動  $a_0$  には、それに無差別な経営行動は存在しない。(誘因両立制約が等号で成立するものはない。)

つづいて、伊藤(2003)の命題 4.6 についてみると、以下の通りである。

- (a) MLRC を満足する本モデルでは、表 4.1 に見る通り、まず、積極的行動  $a_2$  において、最適契約  $w_x$  は、成果の増加関数になっている。(すなわち、最適契約  $w_x$  は、失敗において最も小さく、中間、成功と成果が改善するにつれて大きくなっている。)
- (b) つぎに、本モデルは、MLRC に加えて CDFC も満足するので、中位的行動  $a_1$  においても、



H. Hashimoto, K. Hamada, & N. Hosoe

最適契約  $w_x$  は、成果の増加関数になっている。

表 4.1: 期待利益および効用と経営行動の間関係

	$w_x$ : 支払額	$u_x$ : 起業家の効用	$U$ : 投資家の効用
努力水準:	消極的		
			17.00
失敗	4.00	2.00	
中間	4.00	2.00	
成功	4.00	2.00	
努力水準:	中位的		
			24.86
失敗	3.44	1.85	
中間	4.42	2.10	
成功	6.57	2.50	
努力水準:	積極的		
			32.52
失敗	0.77	0.88	
中間	6.10	2.47	
成功	10.16	3.19	

この表には示していないが、ファースト・ベストでは、最適契約  $w_x$  は、成果に関わらず一定(すなわち、定額払い契約)であること、および、消極的行動を選択させる場合のセカンド・ベストの最適契約  $w_x$  はファースト・ベスト解に等しいことは、起業家がリスク回避的の 2 経営行動・2 成果モデルと同じである。

#### 4.4 3 経営行動・3 成果モデル B (mh004b.gms)

##### 4.4.1 モデルの仮定

4.3.1 で述べた仮定のうち、成果の確率と事業の収益は変えないで、経営行動ごとの不効用を次の様に変える。

$$\begin{pmatrix} d(\text{low}) \\ d(\text{middle}) \\ d(\text{high}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.0 \\ 2.5 \\ 3.0 \end{pmatrix}$$

ここでは、前のモデルから事業の成功・失敗の確率を変更していない(したがって尤度比も同じである)

H. Hashimoto, K. Hamada, & N. Hosoe

から、従前の通り MLRC を満足する。一方、経営行動ごとの不効用  $d(y)$  として異なった値を仮定しているので、

$$\begin{pmatrix} F_{failure}(middle) - [\eta F_{failure}(low) + (1-\eta)F_{failure}(high)] \\ F_{moderate}(middle) - [\eta F_{moderate}(low) + (1-\eta)F_{moderate}(high)] \\ F_{success}(middle) - [\eta F_{success}(low) + (1-\eta)F_{success}(high)] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.025 \\ 0.075 \\ 0.000 \end{pmatrix}$$

といずれも非負となり、CDFC はもはや満足していないことがわかる。

#### 4.4.2 モデル B の解の検証

モデルの解を命題 4.6 の観点からみていくと次の通りである(表 4.2)。

(a) CDFC が満足されていないが、MLRC が満足されているので、積極的行動  $a_2$  において、命題 4.6(a)の言うとおりに、最適契約  $w_x$  は、成果の増加関数になっている。

(b) MLRC は満足されていても CDFC が満足されていないこのモデルでは、中位的行動  $a_1$  において、最適契約  $w_x$  は、成果の増加関数になっていない。(成果が「中間」から「成功」へと上昇すると、支払額  $w_x$  が 16.90 だったものが 9.00 へと減少している。)

命題 4.6(b)は、MLRC と CDFC の両方が成立するときに  $a_2$  (中位的行動)を遂行する最適契約が成果の増加関数になるというものであるから、MLRC が満足されていても CDFC が成立しない以上、中位的行動を選択させるモデルにおいて、最適契約  $w_x$  が成果の増加関数になっていないことは、命題 4.6(b)と矛盾するものではない。

表 4.2: 最適契約と経営行動の関係(セカンド・ベスト)

	$w_x$ : 支払額	$u_x$ : 起業家の効用	$U$ : 投資家の効用
努力水準:	消極的		17.00
失敗	4.00	2.00	
中間	4.00	2.00	
成功	4.00	2.00	

H. Hashimoto, K. Hamada, &amp; N. Hosoe

努力水準: 中位的			
			21.76
失敗	0.61	0.78	
中間	16.90	4.11	
成功	9.00	3.00	
努力水準: 積極的			
			32.66
失敗	2.11	1.45	
中間	7.39	2.72	
成功	9.76	3.12	

誘因両立制約についてみると、積極的行動をとらせようとするモデルの場合、積極的行動  $a_2$  と中位の行動  $a_1$  が起業家にとって無差別である。中位的行動をとらせようとするモデルの場合は、積極的行動  $a_2$  と、消極的行動  $a_0$  無差別である。消極的行動をとらせようとするモデルの場合は、従前どおり、それと無差別な行動はない。このように、誘因両立制約が等号で成立する状況は、4.3.1 のモデルと異なり、導かれる最適契約の性質は異なったものとなる。

#### 4.5 3 経営行動・3 成果モデル C (mh004c.gms)

##### 4.5.1 モデルの仮定

3 経営行動・3 成果モデル C として次の仮定を置く。3 経営行動・3 成果モデル A と比べ、事業の収益だけでなく、成果の確率と経営行動ごとの不効用の程度も変更している。

・経営行動ごとの事業の成功・中間・失敗の確率  $p_x(y)$

$$\begin{pmatrix} p_{failure}(low) & p_{failure}(middle) & p_{failure}(high) \\ p_{moderate}(low) & p_{moderate}(middle) & p_{moderate}(high) \\ p_{success}(low) & p_{success}(middle) & p_{success}(high) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.700 & 0.200 & 0.100 \\ 0.200 & 0.600 & 0.200 \\ 0.100 & 0.200 & 0.700 \end{pmatrix}$$

・経営行動ごとの起業家にとっての不効用  $d(y)$

$$\begin{pmatrix} d(low) \\ d(middle) \\ d(high) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.0 \\ 2.1 \\ 3.0 \end{pmatrix}$$

H. Hashimoto, K. Hamada, & N. Hosoe

・事業の収益:  $r(x)$

$$\begin{pmatrix} r_{failure} \\ r_{moderate} \\ r_{success} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ 29 \\ 45 \end{pmatrix}$$

この仮定のもとでは尤度比は、

$$\begin{pmatrix} \frac{p_{failure}(middle)}{p_{failure}(low)} & \frac{p_{failure}(high)}{p_{failure}(middle)} \\ \frac{p_{moderate}(middle)}{p_{moderate}(low)} & \frac{p_{moderate}(high)}{p_{moderate}(middle)} \\ \frac{p_{success}(high)}{p_{success}(middle)} & \frac{p_{success}(high)}{p_{success}(middle)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.286 & 0.500 \\ 3.000 & 0.333 \\ 2.000 & 3.500 \end{pmatrix}$$

と、単調性が成り立たず MLRC を満足しないことが確認できる。一方、

$$\begin{pmatrix} F_{failure}(middle) - [\eta F_{failure}(low) + (1-\eta)F_{failure}(high)] \\ F_{moderate}(middle) - [\eta F_{moderate}(low) + (1-\eta)F_{moderate}(high)] \\ F_{success}(middle) - [\eta F_{success}(low) + (1-\eta)F_{success}(high)] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.44 \\ -0.04 \\ 0.00 \end{pmatrix}$$

といずれも非正であるから、CDFC を満足することが確認できる。

#### 4.5.2 解の検証

表 4.3 に、経営行動(=努力水準)ごとの、最適契約  $w_x$  を示している。第 1 に、積極的行動において、最適契約  $w_x$  は成果の増加関数になっていない。命題 4.6(a)は、MLRC が成立するならば、積極的行動において、最適契約  $w_x$  は成果の増加関数になるというものであるから、MLRC の満足されていない本モデルで、積極的行動において、最適契約  $w_x$  が成果の増加関数になっていないことと矛盾しない。

第 2 に、中位的行動においても、最適契約  $w_x$  は成果の増加関数になっていない。命題 4.6(b)は、MLRC と CDFC の両方が成立するとき、最適契約  $w_x$  は成果の増加関数になるというものであるから、MLRC が満足されていない本モデルで、中位的行動において、増加関数になっていないことと矛盾しない。

H. Hashimoto, K. Hamada, &amp; N. Hosoe

表 4.3: 最適契約と経営行動間の関係(セカンド・ベスト)

	$w_x$ : 支払額	$u_x$ : 起業家の効用	$U$ : 投資家の効用
努力水準:	消極的		
			17.00
失敗	4.00	2.00	
中間	4.00	2.00	
成功	4.00	2.00	
努力水準:	中位的		
			24.58
失敗	3.77	1.94	
中間	4.59	2.14	
成功	4.55	2.13	
努力水準:	積極的		
			28.93
失敗	3.48	1.87	
中間	2.89	1.70	
成功	12.48	3.53	

誘因両立制約についてみると、積極的行動をとらせるモデルの場合、積極的行動  $a_2$ 、中位的行動  $a_1$ 、および、消極的行動  $a_0$  の 3 つすべての行動が起業家にとって無差別である。中位的行動の場合、中位的行動  $a_1$  と消極的行動  $a_0$  が無差別である。ここでも、誘因両立制約が等号で成立する状況は、4.3.1 および 4.4.1 のモデルの解と異なり、MLRC や CDFC の仮定が最適契約の性質を吟味する際に非常に重要な仮定となっていることがわかる。

## 5. 結語

契約理論に必ずしも精通しない読者に、伊藤(2003)が理論的に展開した契約理論分析を、“実感”してもらおうというのが、本稿の目的である。本稿は、同趣旨でアドバース・セレクション問題に関する数値計算手法に関して書かれた橋本ほか(2011)に続くものであり、ここでは、伊藤第 4 章の「投資家と起業家の契約」(モラル・ハザード問題)を取り上げた。

“実感”してもらうための方策は、2 つの方向で行われた。第 1 の方向は、2 経営行動・2 成果、および

H. Hashimoto, K. Hamada, & N. Hosoe

3 経営行動・3 成果のコンピュータ・モデルを作り、解くことにより、解の性質を観察することである。起業家がリスク回避的な場合とリスク中位的な場合とでは、解にどのような違いがあるか。前者では、一般的に解は一意であり、積極的行動においては、セカンド・ベストはファースト・ベストの費用では遂行できない。これに対して、後者では、複数解になると同時に、セカンド・ベストはファースト・ベストの費用で遂行できる。このことは、グラフによっても、さらに視覚的にも“実感”できるであろう。

第2の方向としては、3 経営行動・3 成果モデルにおける成果と最適契約  $w_x$  との関係を検討した。

3 経営行動・3 成果モデルでは、解析的分析の簡単化のために導入された MLRC および CDFC といった仮定の重要性が顕在化する。伊藤の命題 4.6 において、MLRC および CDFC が成立していれば、「積極的行動」および「中位的行動」において、最適  $w_x$  は成果の増加関数とされている。MLRC および CDFC が成立している、本稿第 4 節の前半のモデルでは、「積極的行動」および「中位的行動」において、最適  $w_k$  は成果の増加関数になっている。しかし、MLRC や CDFC が成立しない場合は、どのようになるであろうか。本稿第 4 節の後半では、MLRC は成立するが CDFC が成立しないモデルや、MLRC が成立しないモデルが作られている。これらのモデルの解を検証することにより、伊藤の命題 4.6 の前提条件の重要性を“実感”できるであろう。

本稿のモデルは、前稿(橋本ほか(2011))で示されたアドバース・セレクション問題のモデルと同様に、GAMS というソフトウェアを利用することを前提に作られている。GAMS は有料のソフトウェアであるが、その試用版は GAMS Development Corporation の Web サイト から無料でダウンロードして、規模の小さいモデルであれば動かすことができる。そして、本稿のモデルは全て GAMS の Web サイト にある GAMS Model Library に入っている。<sup>12</sup> これらをダウンロードして、各自思い思いに、モデルのパラメータや、起業家の効用関数の関数形を変えていけば、契約理論をさらに“実感”することができるであろう。また、解析的手法がこれまでの契約理論分析のおもな手法であったものが、最近では、(一部を)コンピュータによる数値計算手法が用いられはじめている(たとえば、毛利ほか(2011))。こうした手法を用

---

<sup>12</sup> GAMS Development Corporation の Web サイトは <http://www.gams.com/> に、Model Library は <http://www.gams.com/modlib/modlib.htm> にある。

*H. Hashimoto, K. Hamada, & N. Hosoe*

いるためには、当然、一連の数値計算技法を獲得しておく必要があり、本稿で例示したようなプログラムがその足がかりを与えるであろう。

なお、本稿 2.1 の「セカンド・ベストモデル(積極的行動を前提とした場合)」(mh001.gms)以外は、Loop ルーチンを用いた高度なプログラミング手法を使っている。こうしたプログラミング手法に詳しくない読者は、mh001.gms に返り、積極的行動を消極的行動に変えたり、起業家の効用関数を、厳密に凹関数から一次関数に変えて、リスク回避的起業家モデルから、リスク中立的起業家モデルに変えることができる。このようなプラクティスを通じて、契約理論を“実感”してもらうことを望むものである。

H. Hashimoto, K. Hamada, & N. Hosoe

## 謝辞

本研究は、文部科学省科学研究費補助金(No. 24580317)、野村財団社会科学助成、および、政策研究大学院大学政策研究センターによる支援を受けた。ここに記して謝意を表す。

## 参考文献

伊藤秀史(2003)『契約の経済理論』, 有斐閣.

橋本日出男, 濱田弘潤, 細江宣裕(2011)「契約理論: プログラミング・モデル・アプローチ」, GRIPS Discussion Paper 10-34.

細江宣裕, 我澤賢之, 橋本日出男(2004)『テキストブック応用一般均衡モデリング』, 東京大学出版会.  
毛利貴之, 杉町勇和, 東藤大樹, 岩崎敦, 横尾真(2011)「自動メカニズムデザインのデータからのルール抽出」, 2011年度人工知能学会全国大会.



*H. Hashimoto, K. Hamada, & N. Hosoe*

# A Numerical Approach to the Contract Theory: the Case of Moral Hazard

June 1, 2012

Hideo Hashimoto, Osaka University

Kojun Hamada, Niigata University

Nobuhiro Hosoe, National Graduate Institute for Policy Studies

## Summary

We develop a few numerical models to examine the moral hazard problems exemplified by Itoh (2003, Ch. 4), following our earlier study (Hashimoto et al. (2011)) on the adverse selection problems. To this end, we first model a risk averse or risk neutral entrepreneur who selects his action among two options (e.g., low efforts and high efforts). The results of the models, whose computer programs are explained in detail for novice modelers, numerically illustrate the essence of the contract theory analysis. Second, the similar models, applied to the case with three effort level options, are built with and without the assumptions often employed to simplify the theoretical analysis. Through these exercises the significance of such assumptions in the contract theory analysis would be understood clearly.

## Keywords:

Moral hazard; Numerical approach; Risk averse; Risk neutral; Convexity of distribution function condition; Monotone likelihood ratio condition